

Dr.-Ing. Joachim Kretz

# Modellbildung und Stabilitätsberechnungen nach EC 3

## Baupraktische Behandlung von Stabilitätsproblemen in räumlichen Stabtragwerken

Die Qualität der Ergebnisse einer Tragwerksberechnung und -analyse hängt entscheidend von dem Berechnungsmodell und den zu Grunde liegenden Berechnungsannahmen in den entsprechenden Berechnungsverfahren ab. Die für räumliche Stabtragwerke möglichen Rechenverfahren nach Eurocode 3 werden nachfolgend kurz vorgestellt. Druckbeanspruchte schlanke Bauteile sind stabilitätsgefährdet. Deren Versagen kündigt sich nicht wie bei gedrungener Bauteilen durch stetig anwachsende Verformungen an, sondern es tritt eine starke Zunahme der Verformung bei geringer Laststeigerung auf. Das Versagen erfolgt plötzlich. Für schlanke Bauteile ist das Biegedrillknicken in vielen Fällen die bemessungsmaßgebende Versagensform von Stäben, Stabzügen und Stabwerken aus dünnwandigen Profilen.



Dieser Artikel gibt einen Überblick über die Grundlagen der verschiedenen Berechnungsmöglichkeiten von stabilitätsgefährdeten Stahlkonstruktionen aus doppel-symmetrischen Profilen. In einer folgenden Veröffentlichung werden die Anwendung und Berechnung von stabilitätsgefährdeten Bauteilen (dünnwandige Z-Profile, gevoutete Rahmensysteme) am Beispiel eines typischen Stahlhochbaus unter Berücksichtigung von aussteifenden Bauteilen und deren konstruktiver Ausführung untersucht.

Bauwerke bestehen aus verschiedenen Bauteilen, die im Wesentlichen stabförmig orientiert sind. Einzelbauteile werden in vielen Fällen zu Teilstrukturen zusammengefügt (Rahmensysteme, Stützenstränge), die wiederum zum Gesamtbauwerk zusammengesetzt werden. Wenn ein echtes räumliches Tragverhalten vorliegt, ist die Abbildung als räumliches Modell zwingend. Die statische Bearbeitung komplexer Systeme besteht häufig darin, das Gesamtsystem in Teilsysteme zu zerlegen und diese separat zu analysieren.

Dabei wird der Lastabtrag (vertikal und horizontal) in ausgewiesenen Richtungen und Ebenen, den sogenannten Aussteifungssystemen, betrachtet. Die Zusammenhänge mit dem Gesamtsystem sind bei diesem Vorgehen durch geeignete, realitätsnahe Randbedingungen für die Teilsysteme zu berücksichtigen, die die Konstruktion hinreichend sicher erfassen.

## 1 Grundsätze der Tragwerksplanung / Modellbildung

Das Ziel einer statischen Berechnung ist die sichere Bemessung des Tragwerks im Hinblick auf Standsicherheit, Gebrauchstauglichkeit und Wirtschaftlichkeit. Um dies zu erreichen, muss das reale Bauwerk in ein Modell (statisches System) überführt werden, das das tatsächliche Tragverhalten möglichst zutreffend abbildet.

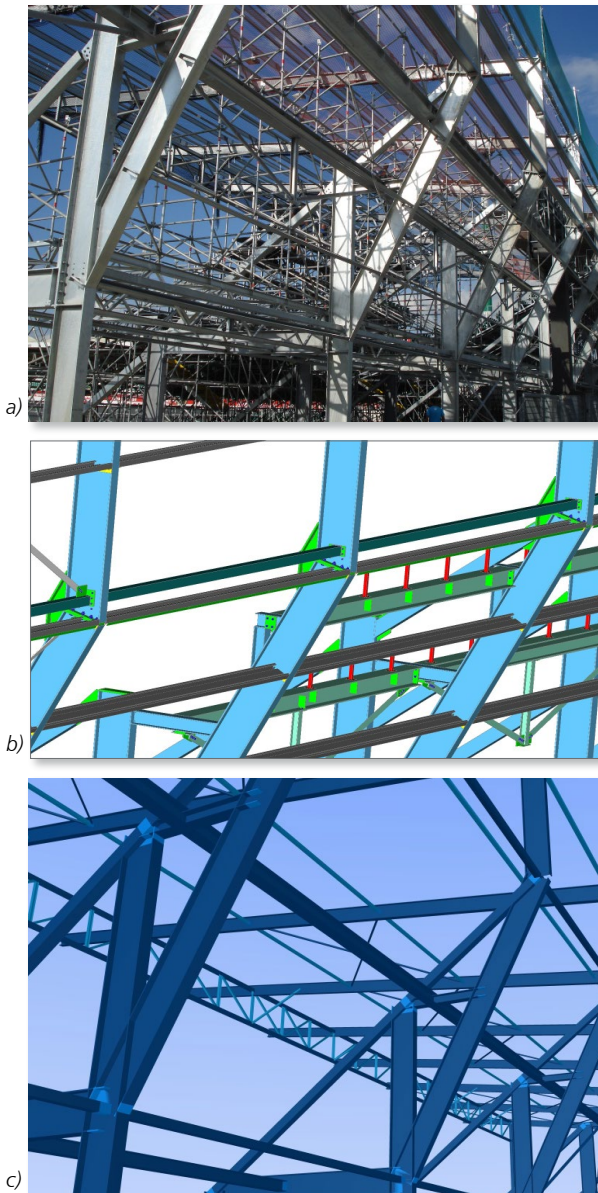


Bild 1. a) reales Bauwerk im Montagezustand (Foto)  
 b) Ausschnitt Konstruktionsmodell (Stahlbau-CAD)  
 c) Rechenmodell (statisches System in EuroStahl 2013)

In einem Gesamtsystem beeinflussen sich die einzelnen Bauteile wechselseitig. Dies hat zur Folge, dass alle wesentlichen Bauteile in der Modellierung (über alle Bauphasen bis zum Endzustand) erfasst sein müssen.

Besonders die Beschreibung der stabilitätsgefährdeten Bauteile hat mit größter Sorgfalt zu erfolgen, da diese Bauteile die Tragsicherheit des Gesamtsystems ganz wesentlich beeinflussen. Neben der Definition des Lastangriffs sind vor allem die Lagerungsbedingungen (z. B. exzentrische Kräfteinleitung von Pfette auf Riegel) mit den wirklichkeitsnahen Anschlusssteifigkeiten die relevanten Parameter einer realitätsnahen Modellierung. Abstützende Bauteile (z. B. Verbände, Profilbleche) üben einen entscheidenden Einfluss auf die Biegedrillknicksicherheit und damit auf die Profildimensionierung aus.

In einem Gesamtmodell ist es nicht unbedingt erforderlich, alle Bauteile mit ihrer genauen Geometrie (z. B. Profilbleche) zu berücksichtigen; sehr wohl sind aber im Sinne einer wirklichkeitsnahen und wirtschaftlichen Lösung die stabilisierende Wirkung der Bleche über die Lagerungsbedingungen der Pfetten (elastische Dehnfedern bzw. drehelastische Einspannung) zu erfassen.

Das reale Bauwerk, das Konstruktionsmodell und das Rechenmodell (Bilder 1a - c) verdeutlichen die Vielfalt der zu berücksichtigenden Einflüsse.

## 2 Grundlagen der Tragwerksberechnung

Für die Tragwerksplanung von Stahlbauten gelten die Grundlagen von DIN EN 1990 [1, 2] in Verbindung mit den Einwirkungen der DIN EN 1991 [3, 4]. Die Bemessungsregeln der DIN EN 1993 [5, 6] gelten in den verschiedenen Teilen für die Grenzzustände der Tragfähigkeit, Gebrauchstauglichkeit und der Dauerhaftigkeit.

### 2.1 Statische Systeme

Die generelle Anforderung an die statische Berechnung lautet, dass diese mit einem Berechnungsmodell zu führen ist, das für den zu betrachtenden Grenzzustand geeignet ist. Das Modell sowie die grundlegenden Annahmen für die Berechnung sind so zu wählen, dass sie das Tragverhalten mit ausreichender Genauigkeit wiedergeben und dem erwarteten Verhalten der Querschnitte, der Bauteile, der Anschlüsse und der Lagerungen entsprechen.

Bei biegesteifer Ausführung der Anschlüsse dürfen die Einflüsse der Lastverformung auf die Schnittgrößenverteilung und auf die Gesamtverformung vernachlässigt werden. Sie sind dann zu berücksichtigen, wenn sie, wie z. B. bei teiltragfähigen bzw. verformbaren Anschlüssen – nach DIN EN 1993-1-8 [7, 8] – maßgebend werden können. Die stabilisierende Wirkung von abstützenden Bauteilen (Verbände, Trapezprofile, ...) kann die Stabilitätsgefahr in vielen Fällen erheblich reduzieren.

### Räumliches Gesamtmodell / Teilsysteme

**Räumliches Gesamtmodell:** Biegedrillknicken ist das räumliche Versagen von Stäben und Stabwerken. Insbesondere bei komplexen räumlichen Stabtragwerken kann der Lastabtrag nicht immer eindeutig abgeschätzt werden, zumal sich die einzelnen Bauteile im System gegenseitig beeinflussen. In solchen Fällen ist die Analyse des Tragwerks als räumliches Gesamtmodell zwingend.

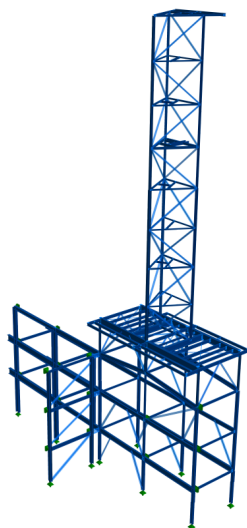


Bild 2. Beispiel eines räumlichen Gesamtmodells

**Teilsysteme:** Soweit möglich, werden räumliche Stabtragwerke in Teiltragwerke zerlegt. Der Formulierung von realitätsnahen Randbedingungen ist in diesem Fall besondere Beachtung zu schenken. Die gewählten Randbedingungen müssen die vorhandene Konstruktion hinreichend sicher erfassen. In jedem Fall müssen die Annahmen zur Vereinfachung der Tragkonstruktion auf der „sicheren Seite“ liegen.

Das nachfolgende Stabtragwerk kann einerseits als räumliches Gesamtsystem modelliert werden, andererseits bietet sich aber auch eine Zerlegung in verschiedene Teilsysteme wegen des klar gegliederten Lastabtrags an.

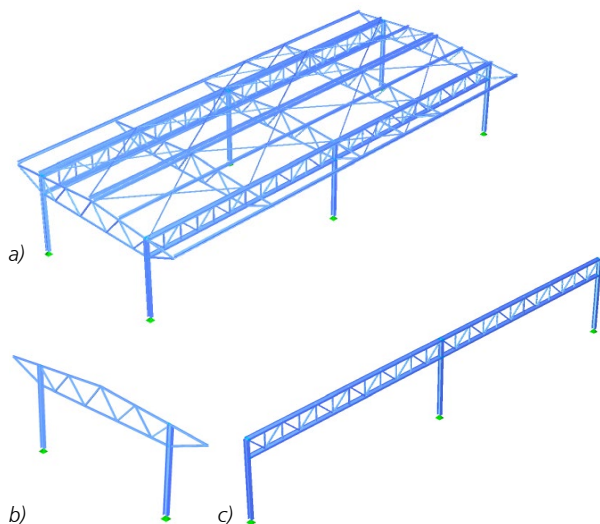


Bild 3. a) räumliches Gesamtsystem  
b) Teilsystem Fachwerkträger quer  
c) Teilsystem Fachwerkträger längs

### 2.2 Untersuchung von Gesamt- / Teiltragwerken

#### 2.2.1 Einflüsse der Tragwerksverformung

Die Schnittgrößen eines statischen Systems können entweder nach der Theorie I. Ordnung, unter Ansatz der Ausgangsgeometrie des Tragwerks oder nach der Theorie II. Ordnung, unter Ansatz der Einflüsse aus der Tragwerksverformung berechnet werden.

Nach DIN EN 1993-1-1 5.2.1 (3) ist eine Berechnung nach Theorie I. Ordnung zulässig, wenn die durch Verformungen hervorgerufene Erhöhung der maßgebenden Schnittgrößen oder andere Änderungen des Tragverhaltens vernachlässigt werden können. Je nach Berechnung gelten nachfolgende Anforderungen zur Einhaltung dieser Bedingung:

$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10$  für eine elastische Berechnung  
 $\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15$  für eine plastische Berechnung mit  
 $\alpha_{cr}$  Faktor, mit dem die Bemessungswerte der Belastung erhöht werden müssten, um die ideale Verzweigungslast des Gesamttragwerks zu erreichen  
 $F_{Ed}$  Bemessungswert der Einwirkungen auf das Tragwerk  
 $F_{cr}$  ideale Verzweigungslast des Gesamttragwerks. Bei der Berechnung von  $F_{cr}$  ist von den elastischen Anfangssteifigkeiten auszugehen.

#### 2.2.2 Grundlagen zur Stabilität von Stabtragwerken

Als Grundlage für die weitere Betrachtung eines allgemeinen räumlichen Stabes werden zunächst die bekannten „Stabilitätsprobleme“ der klassischen Stabtheorie (Stabilitätstheorie) nochmals angegeben.

#### Klassische Stabtheorie

Im Rahmen der klassischen Stabtheorie werden nur die Einflüsse aus Normalkräften auf die Stabeigenschaften (Steifigkeit) berücksichtigt.

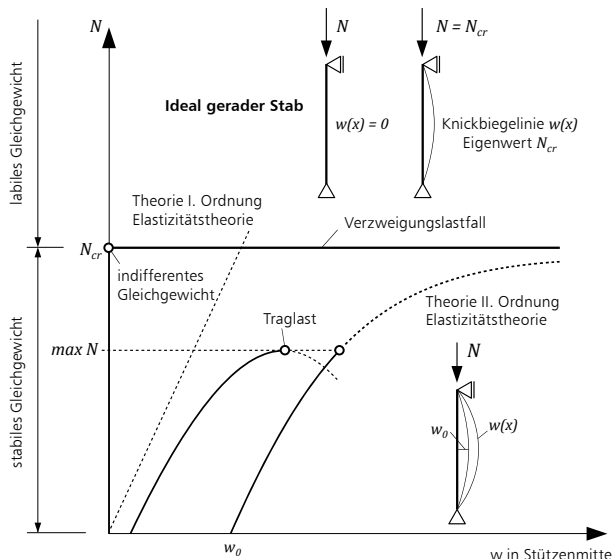


Bild 4. Stabilität und Tragfähigkeit eines Druckstabs nach der klassischen Stabtheorie



In Bild 4 sind die zu unterscheidenden Stabilitätsprobleme der klassischen Stabtheorie dargestellt:

- **Verzweigungsproblem:** Die klassische Stabilitätstheorie betrachtet den rein theoretischen Fall eines ideal geraden Stabes mit exakt mittlerer Druckkrafteinleitung (Verzweigungsfall). Unter Druckbeanspruchung wird der Stab gestaucht, bleibt aber bis zum Erreichen der Verzweigungslast  $N_{cr}$  im stabilen Gleichgewicht. Bei  $N = N_{cr}$  tritt ein indifferentes Gleichgewicht auf, bei dem keine eindeutige Gleichgewichtslage zu bestimmen ist. In diesem Zustand kann der Stab entweder gerade bleiben oder ausknicken; der Verschiebungszustand ist also mehrdeutig. Dies entspricht der genauen Definition eines Stabilitätsproblems.

„Ein Stabilitätsproblem liegt dann vor, wenn zu einem bestimmten Wert der Belastung mehr als ein Verschiebungszustand möglich ist.“

- **Spannungsproblem:** In der Realität treten jedoch keine exakt geraden Stäbe auf. Schon infolge unvermeidbarer Imperfektionen ergeben sich Zusatzmomente, die beim Gleichgewicht berücksichtigt werden müssen. Bei einer Normalkraftsteigerung führen diese Zusatzbeanspruchungen zu einer Grenzlast, ohne dass eine Gleichgewichtsverzweigung auftritt. Das zugehörige nichtlineare Last-Verformungsverhalten ist Bild 4 zu entnehmen (Theorie II. Ordnung). Setzt man unbegrenzt elastisches Tragverhalten und kleine Imperfektionen voraus, so nähert sich die Last-Verformungskurve asymptotisch der horizontalen Geraden durch  $N_{cr}$ .
- **Traglastproblem:** Als weiteres Versagensproblem ist die Traglast zu nennen. Die maximale Normalkraft ( $\max N$ ) wird erreicht, wenn infolge des nichtlinearen Werkstoffverhaltens (linear-elastisch) ein Fließgelenk infolge der Beanspruchungen aus  $N$  und  $M$  (Normalkraft x Exzentrizität) entsteht.

**Erweiterte Stabtheorie**

Im Rahmen der klassischen Stabtheorie werden nur die Einflüsse aus Normalkräften auf die Stabeigenschaften (Steifigkeit) berücksichtigt. Die allgemeine Belastung eines Stabes im räumlichen Stabwerk erhält ergänzend zur Normalkraft auch Querkräfte, Biege- und Torsionsmomente. Die Berücksichtigung dieser – im Vergleich zur klassischen Stabtheorie – zusätzlichen Beanspruchungen führt zu einer realitätsnäheren Erfassung des realen Bauwerkverhaltens. Schlanke und torsionsweiche Stabelemente können dazu führen, dass sich bei der Anwendung der erweiterten Stabtheorie kleinere Knicksicherheiten für das Gesamtsystem ergeben.

**2.2.3 Stabilität von räumlichen Stabtragwerken**

Stabilitätsnachweise von Tragwerken oder Tragwerksteilen sind – in der Regel – mit realitätsnahen Imperfektionen und Einflüssen aus Theorie II. Ordnung zu führen.

**Imperfektionen für die Tragwerksberechnung**

Wird der Nachweis nach der Theorie II. Ordnung geführt, ist es erforderlich, Imperfektionen realitätsnah zu berücksichtigen. Die in der Realität vorkommenden Imperfektionen lassen sich in geometrische (Vorkrümmung, Schiefstellung)

und strukturelle Imperfektionen (Streuung der Materialeigenschaften wie E-Modul und Streckgrenze, Eigenspannungen) unterteilen (Bild 5). Diese Imperfektionen führen bei einem ungünstigen Ansatz zu einer deutlichen Abnahme der Traglast.

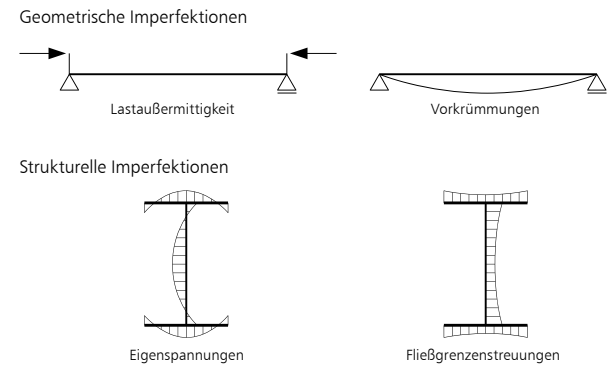


Bild 5. Geometrische und strukturelle Imperfektionen

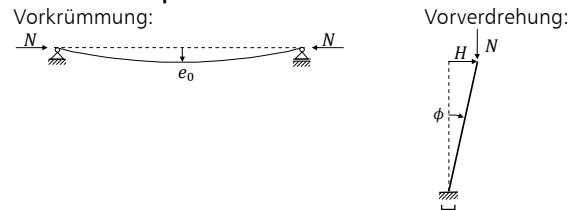
Zur Vereinfachung des Tragsicherheitsnachweises werden die tatsächlichen, völlig unregelmäßig auftretenden Abweichungen vom Berechnungsmodell in Form von äquivalenten geometrischen Ersatzimperfektionen berücksichtigt.

Für ein Gesamttragwerk können die anzunehmende Form der Imperfektionen sowie die Form der örtlichen Imperfektionen aus der Form der maßgebenden Knickform in der betrachteten Ebene bestimmt werden. Die Imperfektionen sind dabei ungünstigst anzusetzen.

Berechnung des Tragwerks nach Theorie II. Ordnung		
Vorkrümmung Knicklinie	Elastisch-Elastisch $e_0/L$	Elastisch-Plastisch $e_0/L$
a <sub>0</sub>	1/900	wie bei E-E, jedoch $\frac{M_{pl,k}}{M_{el,k}}$ -fach
a	1/550	
b	1/350	
c	1/250	
d	1/150	

**Vorverdrehung:**  $\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$   $\phi_0 = 1/200$   
 $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}$  jedoch:  $\frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1,0$   
 $\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$   $m$  Anzahl der Stützen in einer Reihe, die eine Vertikalbelastung größer 50% der durchschnittlichen Stützenlast übernehmen  
 $h$  Höhe des Tragwerks in m

**Ansatz von Imperfektionen:**



Die Imperfektionen sind in allen Richtungen zu untersuchen, brauchen aber nur in einer Richtung gleichzeitig betrachtet zu werden.

Gleichzeitiger Ansatz nur, wenn  $\frac{N_{Ed}}{\pi^2 \cdot EI/L^2} > 0,25$

$L$  Länge des Stabs

Tabelle 1. Bemessungswerte der Vorkrümmung und Schiefstellung nach DIN EN 1993-1-1

### Berechnungsverfahren für Stabilitätsnachweise

Nach DIN EN 1993-1-1 Abschnitt 5.2.2 stehen für die Stabilitätsnachweise drei Berechnungsverfahren (Methoden) zur Auswahl, die je nach Art des Tragwerks und der Tragwerksberechnung anzuwenden sind:

#### Methode a): Allgemeines Berechnungsverfahren

Das allgemeine Verfahren bildet das räumliche Stabilitätsversagen Biegedrillknicken in der räumlichen Tragwerksberechnung mit ab. Dabei ist die räumliche Tragwerksberechnung nach Theorie II. Ordnung (Biegetorsionstheorie II. Ordnung) mit räumlichem Ansatz aus globalen und lokalen Imperfektionen durchzuführen. Diese Aufgabe ist mit Programmsystemen zu lösen, die entweder über 3D-Strukturwerke mit 7 Freiheitsgraden (3 Verschiebungen, 3 Verdrehungen + Verwölbung) oder 3D-Faltwerken verfügen. Da durch den räumlichen Imperfektionsansatz alle Stabilitätseffekte abgedeckt werden, sind in diesem Fall nur noch Querschnittsnachweise nach den Verfahren EE Elastisch-Elastisch oder EP Elastisch-Plastisch erforderlich. Unter Verwendung der Fließzonentheorie ist auch eine Nachweisführung PP Plastisch-Plastisch möglich.

#### Methode b): Berechnung nach Theorie II. Ordnung mit zusätzlichen Ersatzstabnachweisen

Bei diesem Berechnungsverfahren werden die Bauteilimperfektionen nur teilweise (d. h. Vorkrümmung und Schiefstellung) im Rahmen einer Tragwerksberechnung nach Theorie II. Ordnung erfasst. Die Verwölbung des Querschnitts wird in der ggf. räumlichen Tragwerksberechnung nicht berücksichtigt. Der Nachweis des Biegedrillknickens ist deshalb als gesonderter Nachweis am Ersatzstab zu führen. Bei diesem Nachweis sind in der Regel die Randmomente und Kräfte des Einzelbauteils aus der Berechnung des Gesamttragwerkes unter Berücksichtigung der Einflüsse aus Theorie II. Ordnung und der globalen Imperfektionen zu berücksichtigen.

Diese Methode lässt sich auf zwei Arten anwenden:

- Sofern die globalen und lokalen Imperfektionen nur in der Tragwerksebene angesetzt werden, ist der Stabilitätsfall Biegeknicken in der Tragwerksebene durch die Querschnittsnachweise mit den Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung abgedeckt. Die mit diesem Berechnungsansatz noch nicht erbrachten Stabilitätsnachweise Biegeknicken aus der Tragwerksebene sowie das Biegedrillknicken sind als Ersatzstabnachweise mit den Stabendschnittgrößen nach Theorie II. Ordnung zu führen.
- Werden nur die globalen Imperfektionen für das Tragwerk berücksichtigt, so sind die Stabilitätsnachweise mit den nach Theorie II. Ordnung ermittelten Stabendschnittgrößen sowohl für das Biegeknicken in als auch senkrecht zur Tragwerksebene als Ersatzstabnachweise nach DIN EN 1993-1-1 Abschnitt 6.3 zu führen. Zusätzlich ist das Biegedrillknicken am Ersatzstab nachzuweisen. Da bei Anwendung des Ersatzstabverfahrens die Effekte der Theorie II. Ordnung über die Berücksichtigung der Knicklinien im Ersatzstabverfahren enthalten sind, darf in diesen Fällen auf den Ansatz von lokalen Imperfektionen verzichtet werden.

#### Methode c): Berechnung nach Theorie I. Ordnung mit zusätzlichen Ersatzstabnachweisen

Mit Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung, d. h. ohne Berücksichtigung von Imperfektionen für die Schnittgrößenermittlung, werden die Einzelstäbe als Ersatzstäbe nach DIN EN 1993-1-1 Abschnitt 6.3 für beide Tragwerksebenen nachgewiesen. Die Knicklängen sind in diesen Berechnungen aus der Knickfigur des Gesamtsystems zu bestimmen.

#### Verzweigungslastfaktor $\alpha_{cr}$ / Knickfigur

Die Kenntnis der Verzweigungslastfaktoren und der zugehörigen Knickfiguren bildet die Grundlage zur Beurteilung des Stabilitätsverhaltens von Tragwerken.

Der Verzweigungslastfaktor  $\alpha_{cr}$  ist ein Maß für die Stabilitätsgefährdung des Systems; d. h. er gibt an, um welchen Wert die Normalkraft (klassische Stabtheorie) gesteigert werden kann, bis ein Stabilitätsversagen eintritt. Ein Wert kleiner 1.0 bedeutet, dass das System instabil ist. Die zum Verzweigungslastfaktor gehörende Knickfigur zeigt die stabilitätsgefährdeten Bereiche des Tragwerks.

Beim Vergleich unterschiedlicher Berechnungen ist deshalb immer auf die verwendete Berechnungsgrundlage (klassische oder erweiterte Stabtheorie) zu achten.

In Bild 6 ist anhand der Knickfigur erkennbar, dass der Stab (Stütze) unterhalb des Fackelgerüsts der maßgebende Stab zur Beurteilung der Stabilitätsgefährdung ist. In Abhängigkeit des zugehörigen Verzweigungslastfaktors können die tatsächliche Stabilitätsgefährdung beurteilt und ggf. Maßnahmen zur Verstärkung der Konstruktion getroffen werden.

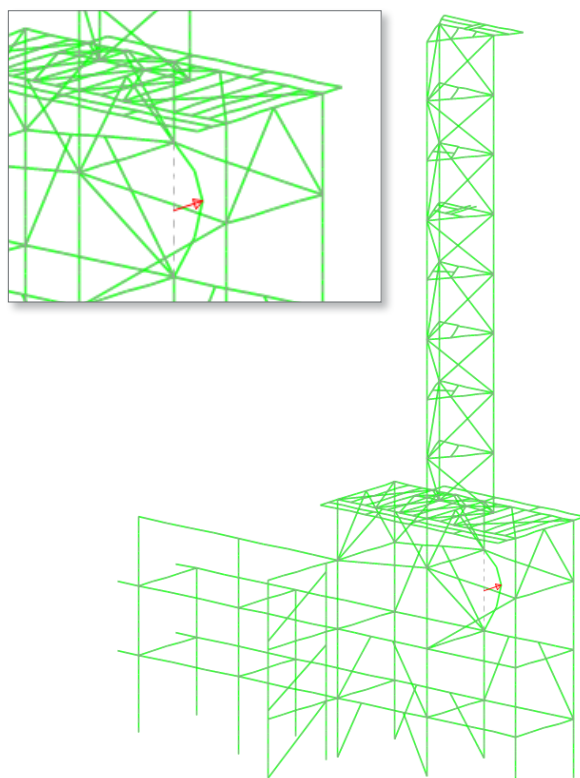


Bild 6. Knickfigur des räumlichen Systems zugehörig zum 1. Verzweigungslastfaktor

Anhand der Knickfiguren können einerseits die Knicklängen der Stäbe bzw. Stabzüge bestimmt werden, die im Rahmen der Nachweisführung des Ersatzstabverfahrens Verwendung finden und andererseits ermöglichen die Knickfiguren die Bestimmung der maßgebenden Imperfektionsansätze für die Tragkonstruktion.

Über den Verzweigungslastfaktor  $\alpha_{cr}$  kann generell die Stabilitätsgefährdung der Tragkonstruktion beurteilt werden.

### 2.3 Tragfähigkeitsnachweise

#### Nachweisverfahren

Nach DIN EN 1993-1-1 [3] ist eine ausreichende Tragsicherheit wahlweise nach einem der in Tabelle 3 angegebenen Verfahren nachzuweisen. Dabei sind die Querschnittsklassen zu berücksichtigen.

	Nachweisverfahren	Berechnung der	
		Schnittgrößen infolge der Einwirkungen	Beanspruchbarkeiten
nach			
1	Elastisch-Elastisch	Elastizitätstheorie	Elastizitätstheorie
2	Elastisch-Plastisch	Elastizitätstheorie	Plastizitätstheorie
3	Plastisch-Plastisch	Fließgelenktheorie	Plastizitätstheorie

Tabelle 3. Mögliche Nachweisverfahren nach DIN EN 1993-1-1

Beim Verfahren Elastisch-Elastisch werden die Schnittgrößen nach der Elastizitätstheorie berechnet, daraus mit den Querschnittswerten Spannungen ermittelt und anschließend die Spannungsnachweise geführt. Bei diesem Nachweisverfahren wird ein linearelastisches Werkstoffgesetz unterstellt. Die Beanspruchbarkeit ist durch das Erreichen der Streckgrenze in der am ungünstigsten beanspruchten Faser (Stelle) begrenzt.

Die Schnittgrößenermittlung erfolgt auch beim Verfahren Elastisch-Plastisch nach der Elastizitätstheorie. Die Beanspruchbarkeit wird durch die plastische Querschnittstragfähigkeit unter Berücksichtigung der Interaktionsbedingungen bestimmt. Dieses Verfahren nutzt die plastischen Reserven des Querschnitts, aber nicht die des Systems.

Das Nachweisverfahren Plastisch-Plastisch erfordert einen sehr hohen Rechenaufwand, liefert aber mit der Fließzonentheorie die genauesten Ergebnisse. Dieses Verfahren nutzt sowohl die plastischen Reserven des Querschnitts als auch des Systems.

#### Vereinfachtes Verfahren zum Nachweis einer ausreichenden Tragfähigkeit / Stabilität.

Wie bereits unter 2.2.3 dargestellt, ist der Nachweis einer ausreichenden Tragsicherheit beim Biegeknicken und Biegedrillknicken auf verschiedene Arten zu erbringen. Neben dem Allgemeinen Berechnungsverfahren (Methode a)), bei dem das komplexe räumliche Stabilitätsversagen am Gesamtsystem unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen und unter Berücksichtigung von geometrisch und physikalisch nichtlinearen Materialgesetzen nachgewiesen wird, stehen auch weitere, vereinfachende Methoden in Abschnitt 6.3 der DIN EN 1993-1-1 zur Verfügung wie z. B. das Ersatzstabverfahren.

#### Nachweis mit Abminderungsfaktoren

Diese Nachweismethode entspricht dem in DIN EN 1993-1-1 angegebenen Ersatzstabverfahren. Der Grundgedanke dieses Verfahrens ist, den eigentlichen Nachweis an einem aus dem Tragwerk gedanklich herausgeschnittenen Stab zu führen. Dieser Stab wird als Ersatzstab für das tatsächlich vorliegende System angesehen. Die Nachweise werden mit Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung geführt, da der Einfluss der Verformungen des untersuchten Stabes auf die Schnittgrößen bereits in den Abminderungsfaktoren (Beiwerte) der Interaktionsgleichungen berücksichtigt wird.

Für diesen Ersatzstab wird die Knicklänge  $L_{cr}$  und damit die Knicklast  $N_{cr}$  benötigt. Diese Werte sind der Ausgangspunkt zur Ermittlung des Schlankheitsgrades  $\bar{\lambda}$  und damit für die Berechnung des Abminderungsfaktors  $\chi$ .

Zur Ermittlung der Knicklängen  $L_{cr}$  und der Knicklast  $N_{cr}$  sind die Knickbiegelineien bei komplexeren Stabsystemen (federnde Lagerung, Steifigkeitsänderungen, ...) unverzichtbar. Die Knickbiegelineien werden meist mit der Methode der Finiten Elemente als Lösung eines Eigenwertproblems bestimmt. Die Eigenwerte eines Systems sind ein Maß für die Stabilitätsgefährdung „kritischer Laststeigerungsfaktor = Verzweigungslastfaktor“ des baustatischen Systems.

Im Rahmen dieses Artikels wird auf die Nachweisgleichungen der vereinfachten Nachweise im Abschnitt 6.3 der DIN EN 1993-1-1 nicht näher eingegangen, sondern auf die Norm bzw. weiterführende Literatur verwiesen.

#### 2.4 Biegedrillknicken unter Berücksichtigung angrenzender Bauteile

Die vereinfachten Nachweisverfahren „Ersatzstabverfahren“ gehen in ihren Annahmen von einer Gabellagerung eines Einfeldträgers aus. Damit die Annahmen zutreffend sind, müssen die Stabkonstruktionen konstruktiv auch entsprechend ausgebildet sein. Entsprechen die Lagerungsbedingungen nicht den unterstellten Annahmen des Berechnungsverfahrens, so muss der Einfluss der Nachgiebigkeit der Lager nachgewiesen werden.

Stabilisierende Bauteile haben einen signifikanten Einfluss auf die Biegedrillknicksicherheit und damit auf die Dimensionierung der Profile. Sind abstützende Bauteile vorhanden (Verbände, Trapezprofile, Pfetten, ...) können diese Lagerungsbedingungen in dem Nachweis berücksichtigt werden.

### Idealisierung stahlbauüblicher Lagerungen

Die nachfolgenden idealisierten Lagerungsbedingungen sollen auszugswise die Möglichkeiten der Berücksichtigung von gegenseitigen Lagerungen bei der Berechnung von Schnittgrößen oder Verzweigungslasten zeigen. In einigen Fällen ist die Federcharakteristik der Anschlussausführung bekannt (z. B. Drehbettung durch Trapezprofile), in anderen Fällen sind Annahmen „Abschätzungen“ auf der sicheren Seite vorzunehmen.

Beispiele (Auszug) für idealisierte Lagerungsbedingungen:

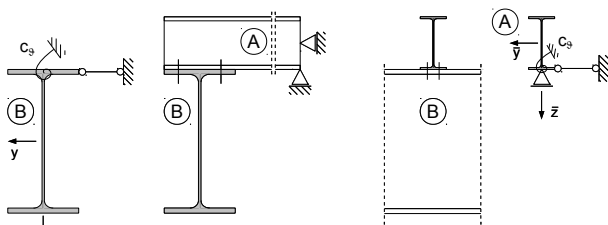


Bild 7. Einseitige Lagerung: einseitige Abstützung des oberen Flansches des Trägers B durch Träger A und Drehfeder nach [14]

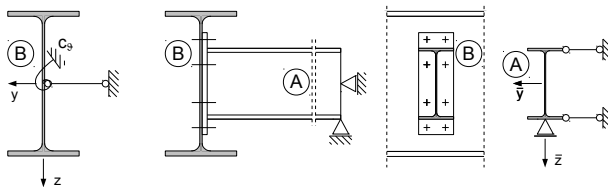


Bild 8. Gabellager für Träger A, seitliche Abstützung und Drehfeder für Träger B nach [14]

## 3 Zusammenfassung

Die realitätsnahe Beschreibung eines Bauwerks in einem statischen Modell ist eine wesentliche Aufgabe des Ingenieurs. Neben einer fundierten Kenntnis der erforderlichen Berechnungsgrundlagen (Last- und Bemessungsvorschriften) ist auch die Kenntnis der anzuwendenden Rechenverfahren, die darin enthaltenen Annahmen und deren Anwendungsgrenzen zwingend erforderlich.

Die Qualität der Ergebnisse der Berechnungen hängt entscheidend von der richtigen Abbildung (Modellierung) des Bauwerks durch den Ingenieur ab. Dabei ist eine leistungsfähige Software nur ein – wenn auch wichtiges – Hilfsmittel für den Ingenieur.

Dr.-Ing. Joachim Kretz  
mb AEC Software GmbH  
mb-news@mbaec.de

## Normen und Literatur

- [1] DIN EN 1990:2012-12, Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010.
- [2] DIN EN 1990/NA:2012-12, Eurocode 0: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Grundlagen der Tragwerksplanung
- [3] DIN EN 1991:2012-12, Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke, Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau. Deutsche Fassung EN 1991-1:2002 + AC:2009
- [4] DIN EN 1991:2012-12, Eurocode 1: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke, Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau
- [5] DIN EN 1993-1-1:2010-12, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [6] DIN EN 1993-1-1/NA:2010-12, Eurocode 3: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter - Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [7] DIN EN 1993-1-8:2010-12, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen.
- [8] DIN EN 1993-1-8/NA:2010-12: Eurocode 3: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen.
- [9] DIN 18800-2: Stahlbauten – Teil 2: Stabilitätsfälle – Knicken von Stäben und Stabwerken. Ausgabe November 2008. Beuth Verlag. Berlin 2008.
- [10] Lindner, J.; Heyde, S.: Schlanke Stabtragwerke. In Stahlbau Kalender 2009. Ernst & Sohn Verlag. Berlin 2009
- [11] Kuhlmann, U.; Zizza, A.; Stahlbaunormen: DIN EN 1993-1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. In Stahlbau Kalender 2013. Ernst & Sohn Verlag. Berlin 2013
- [12] Kretz, J.: Stabilität und Theorie II. Ordnung von Stäben und Stabtragwerken, mb-news Nr. 4/2011, Juni 2011.
- [13] Wagenknecht, G.: Erläuterungen und Ergänzungen zur Stahlbau-Bemessungstafel nach EC 3, mb-news Nr. 4/2012, Juni 2012.
- [14] Meister, J.: Nachweispraxis Biegeknicken und Biegedrillknicken, Ernst & Sohn Verlag. Berlin 2002.